Concursul Interjudețean de Matematică „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

Ediția a XIX-a, Baia Mare, 14 noiembrie 2026

BAREM DE CORECTARE, CLASA A V-A

Subiectul 1. Demonstrați că nu există numere prime *p, q* și *r* astfel încât $2024\cdot p^2+2025\cdot q^2=2026\cdot r^2$.

Gazeta Matematică 6-7-8/2026

Soluție: Oficiu 1p

Dacă ar exista astfel de numere, atunci

$2025\cdot q^2=2026\cdot r^2-2024\cdot p^2\Rightarrow q^2$ număr par și de aici q este număr par prim. Rezultă $q=2$ 3p

$2024\cdot p^2+2025\cdot 2^2=2026\cdot r^2\,\big|:2\Rightarrow 1012\cdot p^2+2025\cdot 2=1013\cdot r^2\Rightarrow r$ număr par prim. Rezultă $r=2$ 3p

Obținem $1012\cdot p^2+2025\cdot 2=1013\cdot 2^2\,\big|:2\Rightarrow 506\cdot p^2+2025=1013\cdot 2\Rightarrow 506\cdot p^2=1$, ceea ce este imposibil.

Așadar, nu există numere prime *p, q* și *r* care să satisfacă egalitatea din enunț. 3p

Subiectul 2. Determinați numerele naturale *a* și *b*, $a<b$, astfel încât $16\cdot\left(15^b-5^a\right)=2959+5^{a+4}$.

Soluție: Oficiu 1p

Dacă *a* și *b* ar fi ambele diferite de 0, atunci $u\left(16\cdot\left(15^b-5^a\right)\right)=0$ și $u\left(2959+5^{a+2}\right)=4\neq 0$. 3p

Rezultă că $a=0$. Egalitatea devine $16\cdot\left(15^b-1\right)=2959+625$. 3p

Obținem $15^b=225$ și de aici $b=2$. 3p

Subiectul 3. Dintr-o livadă s-au cules cireșe și vișine, iar fructele culese s-au pus în lădițe, fără să se amestece. Cantitatea de vișine culese este cu 30 kilograme mai mare decât cea de cireșe, iar numărul lădițelor pentru cireșe este cu 2 mai mare decât numărul de lădițe pentru vișine. Fiecare lădiță cu cireșe are 5 kilograme de fructe, iar fiecare lădiță cu vișine are 6 kilograme de fructe. După ce s-au terminat de umplut lădițele, au mai rămas 5 kilograme de cireșe și 6 kilograme de vișine.

a) Aflați câte lădițe s-au folosit în total;

b) Aflați câte kilograme de cireșe s-au cules din livadă.

Soluție: Oficiu 1p

a) <u>*Metoda 1*</u>: Notăm cu *n* numărul de lădițe cu vișine. Numărul de lădițe pentru cireșe este $n+2$. 1p

Cantitatea de cireșe culeasă este $5\cdot(n+2)+6$, iar cea de vișine este $6\cdot n+6$. 2p

Conform problemei, $6\cdot n+6=5\cdot(n+2)+5+30$. 3p

Obținem $n=39$. 1p

<u>*Metoda 2*</u>: Cele 2 lădițe în plus de cireșe conțin 10 kg cireșe. Împreună cu cele 5 kg rămase, obținem 15 kg cireșe. 2p

Cantitatea de vișine rămasă este de 6 kg. Până acum, avem $15-6=9$ kg în plus de cireșe. 2p

Dar cantitatea de vișine este cu 30 kg mai mare decât cea de cireșe. Așadar trebuie compensate $30+9=39$ kg vișine. 2p

Acestea pot proveni doar din acel 1 kg în plus din fiecare lădiță. În consecință trebuie să fie 39 de lădițe de vișine. 2p

b) Evident sunt $39+2=41$ lădițe de cireșe. Cantitatea de cireșe este $5\cdot 41+5=210\,\text{kg}$. 2p

Subiectul 4. Aflați numerele naturale $\overline{abcdef}$, cu $a, d \neq 0$, care îndeplinesc simultan condițiile:

i) restul împărțirii lui $\overline{abc}$ la $\overline{def}$ este 258

ii) restul împărțirii lui $\overline{def}$ la $\overline{abc}$ este 98.

Soluție: Oficiu 1p

a) Deoarece resturile sunt nenule, numerele $\overline{abc}$ și $\overline{def}$ nu sunt egale.

Cazul I: $\overline{abc} < \overline{def}$ Atunci câtul împărțirii lui $\overline{abc}$ la $\overline{def}$ este 0 și restul 258.

$\overline{abc}=0\cdot\overline{def}+258=258$. 2p

Câtul q al împărțirii lui $\overline{def}$ (număr care are trei cifre) la $\overline{abc}=258$ poate fi 0, 1, 2 sau 3.

Dacă $q=0$, atunci $\overline{def}=0\cdot 258+98=98$, ceea ce nu convine.

Dacă $q=1$, atunci $\overline{def}=1\cdot 258+98=356$.

Dacă $q=2$, atunci $\overline{def}=2\cdot 258+98=614$.

Dacă $q=3$, atunci $\overline{def}=3\cdot 258+98=872$. 4p

Cazul II: $\overline{def} < \overline{abc}$ Atunci câtul împărțirii lui $\overline{def}$ la $\overline{abc}$ este 0 și restul 98.

$\overline{def}=0\cdot\overline{abc}+98=98$, ceea ce nu convine. 2p

Numerele căutate sunt 258 356, 258 614 și 258 872. ..... 1p

Proiect realizat cu sprijinul financiar al Consiliului Județean Maramureș